

# Examen 10 - solutions

## Partie A

- |    |   |     |   |
|----|---|-----|---|
| 1. | D | 6.  | B |
| 2. | D | 7.  | C |
| 3. | A | 8.  | C |
| 4. | A | 9.  | C |
| 5. | B | 10. | A |

## Partie B

- La longueur du segment  $AD$  est approximativement  $27 \text{ cm}$ .
- Le coût de l'autre boule de crystal est de  $216 \$$ .
- Le binôme est  $x - 3$ .
- Les coordonnées du point  $A$  sont  $(5,8)$ .
- Pour les tailles dans cet intervalle, on doit choisir 36 filles.
- Les points d'intersection de l'autre droite avec les axes de coordonnées sont  $(-8,0)$  et  $(0,32)$ .

## Partie C

- Étape 2:  $\frac{9}{6} = \frac{6}{4}$ .  
Étape 3: Condition CAC pour triangles semblables.  
Étape 4: Les angles homologues de triangles semblables sont égaux.  
Étape 5: Les angles alternes intérieurs  $BAE$  et  $DEA$  sont égaux.
- La distance entre le point  $C$  et la droite  $\ell$  est approximativement 73 unités.
- Le score de Marie est 51 et doit être inclus dans le 3ème rang cinquième.
- Le coût total est  $6,60 \$$ .
- L'angle  $CAN$  mesure  $30^\circ$ .
- Le rayon de la sphère est  $12 \text{ cm}$ .
- Au 30ème jour, la température est  $-9^\circ \text{ C}$ .
- Les coordonnées du point  $D$  sont  $(48,28)$ .
- L'aire de l'octogone est approximativement  $14\,663 \text{ m}^2$ .

# Examen 10 - solutions

## Partie A

1.

$$\left(\frac{a^{-6}}{b^8}\right) \div \left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right) = \left(\frac{a^{-6}}{b^8}\right) \left(\frac{b^2}{a^{-4}}\right) = \frac{a^{-6}b^2}{a^{-4}b^8} = a^{-2}b^{-6} = \frac{1}{a^2b^6}.$$

La bonne réponse est D.

2. Remarquons, en partant, que la réponse C n'a aucun sens puisqu'il n'existe aucune condition AA pour triangles isométriques. Dessinons deux triangles, l'un à côté de l'autre. On note le premier  $ABC$  et le second  $DEF$ . Complétons le diagramme avec toutes les informations que nous avons au sujet de ces deux triangles. Comme  $\angle A = \angle E = 130^\circ$  et  $\angle B = \angle F = 20^\circ$ , on sait que  $\triangle ABC$  est semblable à  $\triangle EFD$  par la condition AA pour triangles semblables. Donc, il est possible que D soit la bonne réponse. Nous devons décider si ces deux triangles sont isométriques. Observons que, dans le triangle  $\triangle DEF$ , le côté opposé à l'angle  $130^\circ$  mesure 19. Dans le triangle  $ABC$ , le côté opposé à l'angle  $130^\circ$  est  $BC$ . Si ces deux triangles étaient isométriques, alors les côtés  $AC$  et  $BC$  auraient tous les deux une mesure de 19. Ainsi le triangle  $ABC$  serait isocèle. Ce qui est impossible car dans un triangle isocèle, deux de ses angles doivent être égaux, mais cela n'est pas le cas pour  $ABC$  puisque nous avons  $\angle A = 130^\circ$ ,  $\angle B = 20^\circ$  et  $\angle C = 180^\circ - 130^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ . Cela montre que les deux triangles ne sont pas isométriques, et donc que A et B ne sont pas des réponses possibles.

La bonne réponse est D.

3. Nous devons déterminer l'expression de  $f$ . Comme son graphique est une parabole, elle doit être de la forme  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ . En consultant la table, on voit que les zéros de la parabole sont en  $x = -4$  et  $x = 0$ . La valeur de  $h$  est le milieu des deux zéros. Par conséquent,  $h = \frac{-4 + 0}{2} = -2$  et  $k = f(h) = f(-2) = 12$ , ce qui implique  $f(x) = a(x + 2)^2 + 12$ . Pour trouver la valeur de  $a$ , on peut y substituer les coordonnées de n'importe quel point de la table (sauf le sommet  $(-2, 12)$ ). En y substituant  $(0, 0)$ , on a  $0 = a(0 + 2)^2 + 12$ , d'où  $a = -3$ . La fonction  $f$  est donnée par  $f(x) = -3(x + 2)^2 + 12$ . On obtient alors que  $f(1) = -3(1 + 2)^2 + 12 = -15$ .

La bonne réponse est A.



4. Soit  $p$  le rapport de similitude des deux solides semblables, avec  $p > 1$ . Le petit récipient étant de  $\frac{2}{3}$  aussi grand que le grand récipient, on a

$$\frac{2}{3} \times (\text{hauteur du grand récipient}) = (\text{hauteur du petit récipient}).$$

D'où  $p = \frac{\text{hauteur du grand récipient}}{\text{hauteur du petit récipient}} = \frac{3}{2} = 1,5$ . Comme

$$\text{volume du grand récipient} = p^3 \times (\text{volume du petit récipient}),$$

on conclut que

$$\text{volume du grand récipient} = (1,5)^3(6744) = 22\,761 \text{ ml}.$$

**La bonne réponse est A.**

5. Les fonctions des réponses A et C sont des fonctions linéaires dont les graphiques sont des droites. Les pentes de ces droites ne sont pas nulles, ce qui signifie qu'elles ne sont pas horizontales. Toute droite qui n'est pas horizontale est le graphique d'une fonction linéaire dont l'image est  $\mathbb{R}$ . Ainsi, A et C ne sont pas corrects. Comme  $a \neq 0$ , les fonctions dans les réponses B et D sont quadratiques. Rappelons que pour une fonction quadratique de la forme  $y = a(x - h)^2 + k$ , si  $a > 0$ , alors l'image est égale à  $[k, \infty[$ , et si  $a < 0$ , alors l'image égale à  $] - \infty, k]$ . Par conséquent, l'image d'une fonction quadratique n'est jamais  $\mathbb{R}$  tout entier. Donc, les fonctions des réponses B et D satisfont la condition que leur image ne soit pas  $\mathbb{R}$ . Dire que le point  $(0, 2)$  est sur le graphique de  $f$  signifie que  $f(0) = 2$ . Pour la réponse D,  $f(0) = a(0 - 1)^2 + 2 = a + 2$ . Comme  $a \neq 0$ , on sait que  $a + 2 \neq 2$ , d'où  $f(0) \neq 2$ . Donc, la réponse D n'est pas correcte. Pour la réponse B, on a  $f(0) = a(0)^2 + 2 = 2$ .

**La bonne réponse est B.**

6. Comme ces deux points sont sur la même droite verticale, la distance qui les séparent est la valeur absolue de la différence de leurs ordonnées. Ainsi, la distance entre les points  $P$  et  $Q$  est  $|34 - (-49)| = |83| = 83$ . La bonne réponse est B.

Si cette solution n'est pas assez claire pour vous, vous pouvez supposer que l'abscisse de ces deux points est  $n$ . Ainsi, les coordonnées de  $P$  sont  $P = (n, 34)$  et celles de  $Q$  sont  $Q = (n, -49)$ . On peut alors calculer la distance qui les séparent en utilisant la formule de la distance, soit

$$d(P, Q) = \sqrt{(n - n)^2 + (34 - (-49))^2} = \sqrt{0 + 83^2} = 83.$$

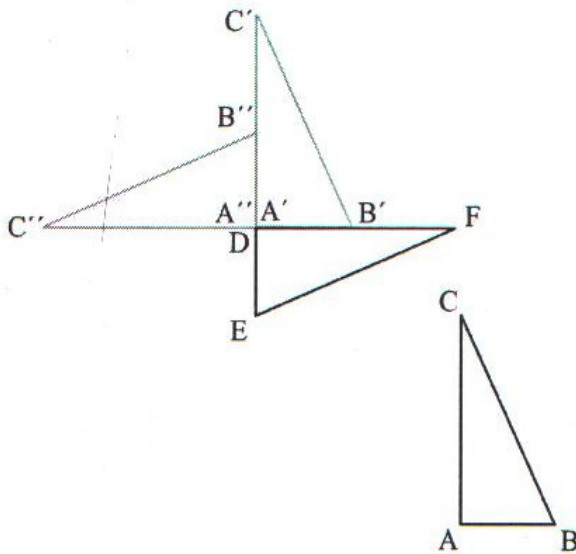
**La bonne réponse est B.**

7. La première chose à observer est que, comme la droite n'a aucune ordonnée à l'origine, elle doit être horizontale. Ainsi, elle a une équation de la forme  $y = c$ , où  $c$  est l'ordonnée de n'importe quel point situé sur elle. Comme  $(-2,4)$  est situé sur la droite, on voit que  $c = 4$ . Ainsi l'équation de la droite est  $y = 4$ .

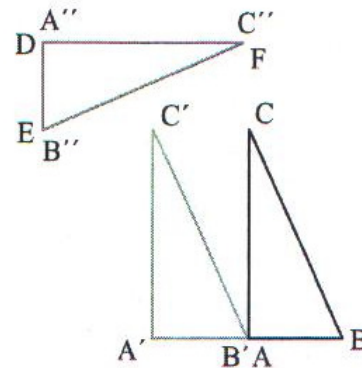
La bonne réponse est C.

8. Dans les diagrammes ci-dessous, l'image du triangle  $ABC$  par la première isométrie est notée  $A'B'C'$ , et l'image du triangle  $A'B'C'$  par la seconde isométrie est notée  $A''B''C''$ . Nous voulons déterminer quelle composée d'isométries a la propriété que les triangles  $A''B''C''$  et  $DEF$  sont égaux.

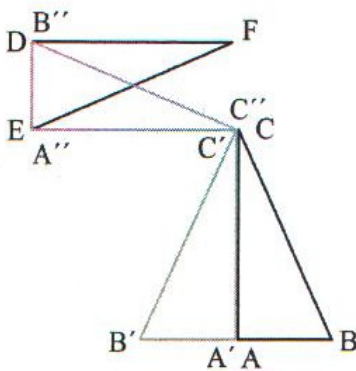
A)



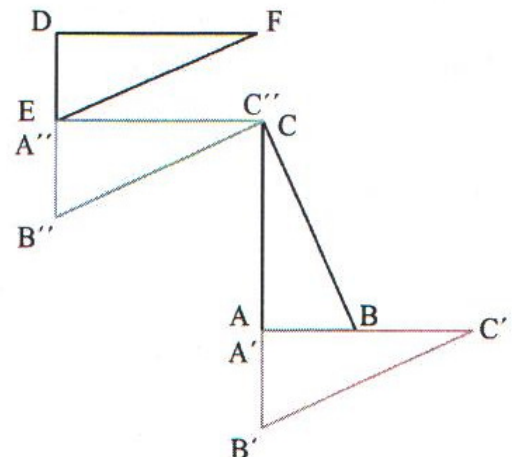
C)



B)



D)



La bonneréponse est C.



9. Le polynôme  $3x^2 - 4$  ne peut être factorisé sur les entiers, donc A ne peut être la bonne réponse. Le polynôme  $3x^2 - 5x - 2$  se factorise en  $(3x + 1)(x - 2)$ , d'où B ne peut être la bonne réponse. Le polynôme  $3x^2 - 2x - 1$  se factorise en  $(3x + 1)(x - 1)$ , d'où encore une fois, D ne peut être la bonne réponse. Finalement, le polynôme  $3x^2 - 5x + 2$  se factorise en  $(3x - 2)(x - 1)$ , donc C est la bonne réponse.

**La bonne réponse est C.**

10. Pour la fonction  $f(x) = \frac{1}{2}g(x - 3)$ , on a  $a = \frac{1}{2}$ ,  $h = 3$  et  $k = 0$ . Donc on obtient le graphique de  $f$  en contractant celui de  $g$  verticalement de  $\frac{1}{2}$ , puis en translation le graphique obtenu de 3 unités à droite. Contracter le graphique verticalement de  $\frac{1}{2}$  signifie que l'on envoie le point  $(x, y)$  sur le point  $(x, \frac{1}{2}y)$ . On voit que la réponse A est correcte. Par exemple, le point  $(2, 4)$  sur le graphique de  $g$  est d'abord contracté en  $(2, \frac{1}{2}(4)) = (2, 2)$  et ensuite translaté à  $(2 + 3, 2) = (5, 2)$ . De même, le point  $(-1, -2)$  est d'abord envoyé  $(-1, \frac{1}{2}(-2)) = (-1, -1)$ , et ensuite translaté à  $(-1 + 3, -1) = (2, -1)$ . Le seul graphique qui a les points  $(5, 2)$  et  $(2, -1)$  est celui de la réponse A.

**La bonne réponse est A.**

# Examen 10 - solutions

## Partie B

11. Par le théorème de Pythagore, on a  $(AC)^2 = 14^2 + 17^2$ , d'où  $AC = \sqrt{485}$ . Maintenant, appliquons la trigonométrie du triangle rectangle à  $ACD$  pour trouver  $AD$ . On a  $\sin 54^\circ = \frac{\sqrt{485}}{AD}$ . D'où  $AD = \frac{\sqrt{485}}{\sin 54^\circ} \approx 27 \text{ cm}$ .

**La longueur du segment  $AD$  est approximativement  $27 \text{ cm}$ .**

12. Nous allons trouver le rayon de chaque boule de crystal. La boule de crystal qui coûte 125 \$ a un diamètre de 16 cm, d'où un rayon de 8 cm. Soit  $r$  le rayon de la boule de crystal dont l'aire est  $1158 \text{ cm}^2$ . La formule de l'aire d'une sphère est  $A = 4\pi r^2$ . En y substituant l'aire de notre boule, on obtient  $1158 = 4\pi r^2$ . Ce qui implique que  $r = \sqrt{\frac{1158}{4\pi}} \approx 9,6 \text{ cm}$ . Deux sphères quelconques sont semblables. Si  $p > 1$  est le rapport de similitude des deux sphères, alors  $p = \frac{\text{grand rayon}}{\text{petit rayon}} = \frac{9,6}{8} = 1,2$ . Le rapport des volumes de ces deux sphères est  $p^3 = 1,2^3 = 1,728$ . Pour trouver le prix de la grande boule de crystal, on multiplie celui de la petite boule par  $p^3$ . Cela donne  $p^3(125 \$) = (1,728)(125 \$) = 216 \$$ .

**Le coût de l'autre boule de crystal est 216 \$.**

13.

$$\frac{x^3 - 9x}{x^2 + 3x} = \frac{x(x^2 - 9)}{x(x + 3)} = \frac{x(x + 3)(x - 3)}{x(x + 3)} = x - 3.$$

**Le binôme est  $x - 3$ .**

14. Dessinons la droite passant par  $B$  et  $B'$ , et ensuite celle passant par les points  $C$  et  $C'$ . Ces deux droites se coupent au centre de l'homothétie, c'est-à-dire au point  $A$ . Par conséquent, pour trouver les coordonnées du point  $A$ , nous allons trouver les équations de ces deux droites, et ensuite déterminer leur intersection. La pente de la droite passant par  $B$  et  $B'$  est  $\frac{43-22}{35-17} = \frac{7}{6}$ . Donc la droite  $BB'$  a une équation de la forme  $y = \frac{7}{6}x + b$ .



En y substituant le point  $(17,22)$ , on a  $22 = \frac{7}{6}(17) + b$  d'où  $b = \frac{13}{6}$ . L'équation de la droite  $BB'$  est donc  $y = \frac{7}{6}x + \frac{13}{6}$ . La pente de la droite passant par  $C$  et  $C'$  est  $\frac{23-14}{80-35} = \frac{1}{5}$ . Donc la droite  $CC'$  a une équation de la forme  $y = \frac{1}{5}x + b$ . En y substituant le point  $(35,14)$ , on obtient  $14 = \frac{1}{5}(35) + b$ , d'où  $b = 7$ . L'équation de la droite  $CC'$  est donc  $y = \frac{1}{5}x + 7$ . Pour trouver les coordonnées de  $A$ , nous devons résoudre le système

$$y = \frac{7}{6}x + \frac{13}{6} \quad \text{et} \quad y = \frac{1}{5}x + 7.$$

Par la méthode de comparaison, on a l'équation  $\frac{7}{6}x + \frac{13}{6} = \frac{1}{5}x + 7$ . En multipliant les deux membres par 30, on a  $35x + 65 = 6x + 210$ , d'où  $x = 5$ . Ainsi,  $y = \frac{1}{5}(5) + 7 = 8$ ; d'où on conclut que  $A = (5,8)$ .

**Les coordonnées du point  $A$  sont  $(5,8)$ .**

**15.** L'échantillon exclut tous les élèves avec une taille de  $160 \text{ cm}$  ou plus, alors que la table montre qu'il y a 250 tels élèves. Le nombre d'élèves dont la taille est plus petite que  $160 \text{ cm}$  est de  $1500 - 250 = 1250$ . Par la table, il y a 180 filles dont la taille est entre  $130 \text{ cm}$  et  $140 \text{ cm}$ . Soit  $x$  le nombre de filles dont la taille est entre  $130 \text{ cm}$  et  $140 \text{ cm}$ , qui doivent être incluses dans l'échantillon. On a le rapport

$$\frac{180}{1250} = \frac{x}{250},$$

d'où  $x = 36$ .

**Pour les tailles dans cet intervalle, on doit choisir 36 filles.**

**16.** Soit  $L_1$  la droite dont les points d'intersection avec les axes sont  $(-8,0)$  et  $(0,-2)$ , et soit  $L_2$  la seconde droite. La pente de  $L_1$  est

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 0}{0 - -8} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}.$$

Comme  $L_1$  et  $L_2$  sont perpendiculaires, la pente de la droite  $L_2$  est l'opposé de l'inverse de  $-\frac{1}{4}$ . Donc la pente de  $L_2$  est 4, et son équation est de la forme  $y = 4x + b$ . Comme les deux droites ont le même point d'intersection avec l'axe des  $x$ , soit  $(-8,0)$ , on a, par substitution de ce point dans l'équation de  $L_2$ ,  $0 = 4(-8) + b$ . Cela implique que  $b = 32$ , d'où l'équation de la droite  $L_2$  est  $y = 4x + 32$ . Cette droite coupe l'axe des  $x$  en  $(-8,0)$  et l'axe des  $y$  en  $(0,32)$ .

**Les points d'intersection de l'autre droite avec les axes de coordonnées sont  $(-8,0)$  et  $(0,32)$ .**

# Examen 10 - solutions

## Partie C

17. La justification de l'étape 2 est:  $\frac{9}{6} = \frac{6}{4}$ .

La justification de l'étape 3 est: **Condition CAC pour triangles semblables.**

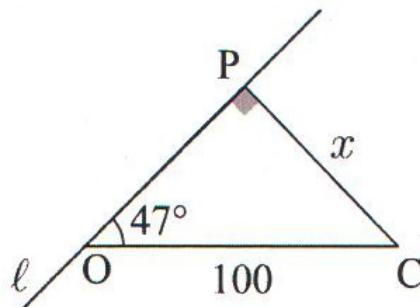
La justification de l'étape 4 est: **Les angles homologues de triangles semblables sont égaux.**

La justification de l'étape 5 est: **Les angles alternes intérieurs  $BAE$  et  $DEA$  sont égaux.**

18. Déterminons l'équation de la droite  $BD$ . La pente de la droite  $BD$  est

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{60 - (-20)}{112 - 96} = \frac{80}{16} = 5.$$

Donc l'équation de la droite  $BD$  est de la forme  $y = 5x + b$ . En y substituant le point  $(112,60)$ , on obtient  $60 = 5(112) + b$  d'où  $b = -500$ . L'équation de la droite  $BD$  est  $y = 5x - 500$ . Le point  $C$  correspond à l'abscisse à l'origine de la droite  $BD$ . Pour trouver l'abscisse à l'origine de la droite  $y = 5x - 500$ , on pose  $y = 0$ . Cela donne  $0 = 5x - 500$ , d'où  $x = 100$ . Ainsi  $C = (100,0)$ , et par conséquent, le segment  $OC$  mesure 100 unités. Soit  $P$  le point sur la droite  $\ell$  tel que  $PC$  est perpendiculaire à la droite  $\ell$ .



Nous pouvons maintenant appliquer la trigonométrie du triangle rectangle à  $\triangle OPC$ . Soit la  $x$  longueur du segment  $PC$ , ce à quoi nous nous intéressons dans ce problème. On a le rapport

$$\sin 47 = \frac{x}{100},$$

d'où  $x = 100(\sin 47) \approx 73$  unités.

**La distance entre le point  $C$  et la droite  $\ell$  est approximativement 73 unités.**



**19.** Nous avons 27 scores. Comme  $27 \div 5 = 5,4 \approx 5$ , lorsque nous répartissons les données en rangs cinquièmes, nous devons nous efforcer de mettre à peu près 5 données dans chaque rang cinquième. On voit ainsi que le rang cinquième 5 commence à 30 et se termine au dernier 32, le rang cinquième 4 commence au premier 41 et se termine au dernier 48, le rang cinquième 3 commence au premier 51 et se termine au dernier 60, le rang cinquième 2 commence au premier 62 et se termine au dernier 72, enfin le rang cinquième 1 commence au premier 73 et se termine à 80. Pour ce qui est des quartiles, on trouve  $Q_1 = 41$ ,  $Q_2 = 57$  et  $Q_3 = 72$ . Comme le score de Claude n'est pas dans le premier quartile, il doit être plus grand que 41. Comme le score de Marie est plus grand que celui de Claude, pour que la moyenne de leur résultats soit plus petite ou égale à 47, il faut que le score de Claude soit plus petit ou égal à 47. Le seul score sur la liste qui est plus grand que 41 mais plus petit ou égal à 47, est 43. Ainsi, le score de Claude est 43. Comme la moyenne de 43 et 51 est 47, on en conclut que le score de Marie doit être l'un des 51 sur la liste. On voit alors que le résultat de Marie est dans le 3ème rang cinquième.

**Le score de Marie est 51, et il appartient au 3ème rang cinquième.**

**20.** Soient  $x$  le prix d'un beigne et  $y$  celui d'un café. Les informations sur les six étudiants nous conduit à l'équation  $4x + 6y = 18,80$ . Les informations sur la famille de trois personnes nous donne l'équation  $3x + 2y = 10,60$ . Nous allons résoudre ce système par la méthode par élimination. Pour cela, multiplions la première équation par 3 et la seconde par 4. Il en résulte le système équivalent

$$12x + 18y = 56,40$$

$$12x + 8y = 42,40.$$

En soustrayant ces deux équations, on a  $10y = 14$ , d'où  $y = 1,40$ . On substitue alors  $y = 1,40$  dans l'équation  $4x + 6y = 18,80$  pour avoir  $4x + 6(1,40) = 18,80$ . Cela donne  $x = 2,60$ . On en conclut qu'un café coûte 1,40 \$, et un beigne 2,60 \$. Ainsi, un café et deux beignes coûtent  $1,40 \$ + 2,60 \$ + 2,60 \$ = 6,60 \$$ .

**Le coût total est 6,60 \$.**



**21.** Soit  $x$  la mesure du segment  $AM$ . Comme conséquence des trois propriétés données dans la question, on voit que tous les segments  $AM$ ,  $CM$ ,  $BN$  et  $CN$  ont une mesure de  $x$ . De plus, le segment  $AC$  a une mesure de  $2x$ . Par similitude des triangles  $AMP$  et  $ANC$ , on a le rapport

$$\frac{AM}{AN} = \frac{PM}{CN}, \quad \text{qui devient} \quad \frac{x}{12} = \frac{4}{x}.$$

Le produit en croix donne  $x^2 = 48$ , d'où  $x = \sqrt{48}$ . Ainsi, les mesures des côtés du triangle  $ANC$  sont  $m\overline{AN} = 12$ ,  $m\overline{CN} = \sqrt{48}$  et  $m\overline{AC} = 2\sqrt{48}$ . Nous pouvons appliquer la loi des cosinus au triangle  $ANC$ . On obtient alors la mesure de l'angle  $CAN$  comme suit

$$\begin{aligned} (CN)^2 &= (AN)^2 + (AC)^2 - 2(AN)(AC) \cos(\angle CAN), \\ (\sqrt{48})^2 &= 12^2 + (2\sqrt{48})^2 - 2(12)(2\sqrt{48}) \cos(\angle CAN), \\ 48 &= 144 + 192 - 48\sqrt{48} \cos(\angle CAN), \\ \cos(\angle CAN) &= \frac{-288}{-48\sqrt{48}} = \frac{6}{\sqrt{48}} = \frac{6}{\sqrt{48}} \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{48}} = \frac{6(4\sqrt{3})}{48} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

D'où  $\angle CAN = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 30^\circ$ .

**L'angle  $CAN$  mesure  $30^\circ$ .**

**22.** Soit  $r$  le rayon du cylindre. Comme la hauteur du cylindre est  $64 \text{ cm}$ , son volume est

$$\pi r^2(64) = 64\pi r^2.$$

Le rayon de la sphère est  $2r$ , et son volume est

$$\frac{4}{3}\pi(2r)^3 = \frac{4}{3}\pi(8r^3) = \frac{32}{3}\pi r^3.$$

Comme les deux solides sont équivalents, ces deux expressions sont égales, d'où l'équation

$$64\pi r^2 = \frac{32}{3}\pi r^3.$$

En divisant les deux membres par  $32\pi$ , on a  $2r^2 = \frac{r^3}{3}$ . Le produit en croix donne  $6r^2 = r^3$ .

En ramenant tous les termes d'un côté et en factorisant, on a  $0 = r^2(r - 6)$ . D'où  $r^2 = 0$  ou  $r - 6 = 0$ . Cela signifie alors que  $r = 0$  ou  $r = 6$ . Comme  $r > 0$ , on conclut que  $r = 6$ . Par conséquent, le rayon de la sphère est  $2r = 2(6) = 12 \text{ cm}$ .

**Le rayon de la sphère est  $12 \text{ cm}$ .**



**23.** Si  $r$  et  $s$  sont les zéros d'une fonction quadratique, alors celle-ci est donnée par  $y = a(x - r)(x - s)$ , pour une certaine valeur de  $a$ . Par conséquent, si  $x$  est le nombre de jours, et  $y$  la température, alors cette fonction a la forme  $y = a(x - 12)(x - 24)$ . Le point  $(0, -24)$  est sur le graphique. Pour trouver la valeur de  $a$ , on substitue  $(0, -24)$  dans l'équation. Cela donne  $-24 = a(0 - 12)(0 - 24)$ , et  $a = -\frac{1}{12}$ . Donc la fonction parabolique est donnée par  $y = -\frac{1}{12}(x - 12)(x - 24)$ . Pour déterminer la température au 30ème jour, on pose  $x = 30$ ,

$$y = -\frac{1}{12}(30 - 12)(30 - 24) = -9.$$

**Au 30ème jour, la température est de  $-9^\circ C$ .**

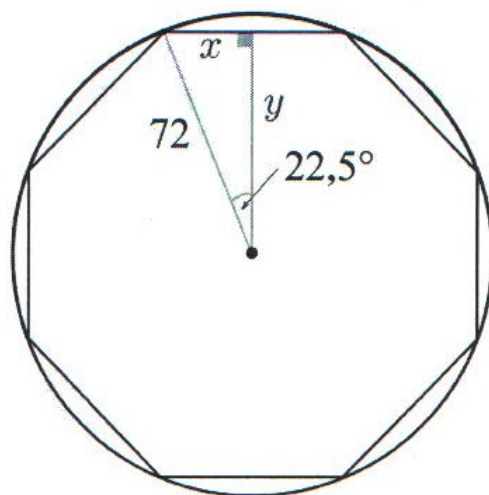
**24.** Nous allons d'abord trouver les équations des droites  $AB$  et  $CD$ . Les coordonnées du point  $D$  peuvent alors être déterminées comme l'intersection de ces deux droites. La pente de la droite  $AB$  est  $\frac{30 - 20}{58 - 8} = 0,2$ , et donc l'équation de la droite  $AB$  est de la forme  $y = 0,2x + b$ . En y substituant le point  $(8, 20)$ , on a  $20 = 0,2(8) + b$ ; d'où  $b = 18,4$ . Donc l'équation de la droite  $AB$  est  $y = 0,2x + 18,4$ . Comme  $CD$  est perpendiculaire à  $AB$ , la pente de  $CD$  est l'opposé de l'inverse de la pente de  $AB$ . Donc la pente de la droite  $CD$  est  $\frac{-1}{0,2} = -5$ , et l'équation de cette dernière est de la forme  $y = -5x + b$ . En y substituant le point  $(34, 98)$ , on a  $98 = -5(34) + b$ ; d'où  $b = 268$ . D'où l'équation de la droite  $CD$  est  $y = -5x + 268$ . Maintenant, on sait que le point  $D$  est l'intersection des deux droites

$$y = 0,2x + 18,4 \quad \text{et} \quad y = -5x + 268.$$

On peut résoudre ce système en utilisant la méthode par comparaison. En posant que ces deux équations sont égales, on a  $0,2x + 18,4 = -5x + 268$ . Cela montre que  $x = 48$  et  $y = -5(48) + 268 = 28$ .

**Les coordonnées du point  $D$  sont  $(48, 28)$ .**

25. L'aire  $A$ , d'un cercle de rayon  $r$ , est donnée par la formule  $A = \pi r^2$ . On sait que l'aire du cercle dans cette question est  $A = 16286$ , d'où l'équation  $16286 = \pi r^2$ . Cela implique que  $r = \sqrt{\frac{16286}{\pi}} \approx 72 \text{ m}$ . Comme l'indique le diagramme ci-dessous, joignons le centre du cercle respectivement au milieu de l'un des côtés de l'octogone, et à l'un des sommets de l'octogone. Comme l'octogone est régulier, cela nous donne un triangle rectangle dans l'octogone.



L'octogone consiste en 16 de ces triangles. Ainsi l'angle de ce triangle rectangle au centre du cercle mesure  $360^\circ \div 16 = 22,5^\circ$ . Définissons  $x$  et  $y$  comme dans le diagramme. Par la trigonométrie du triangle rectangle, on a

$$\sin(22,5^\circ) = \frac{x}{72} \quad \text{et} \quad \cos(22,5^\circ) = \frac{y}{72}.$$

Cela implique que  $x = 72 \sin(22,5^\circ) \approx 27,5532$ , et  $y = 72 \cos(22,5^\circ) \approx 66,5193$ . L'aire du triangle rectangle dessiné dans l'octogone est

$$\frac{xy}{2} = \frac{(27,5532)(66,5193)}{2} \approx 916,41.$$

Comme l'octogone est constitué de 16 de ces triangles, on trouve qu'il a une aire de  $16(916,41) = 14662,56 \approx 14\,663 \text{ m}^2$ .

**L'aire de l'octogone est approximativement  $14\,663 \text{ m}^2$ .**